

## Μετωπική ελαστική κρούση δύο σφαιρών.

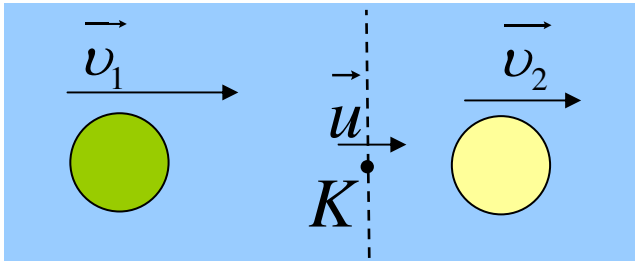
Θα μπορούσαμε να εξάγουμε τις σχέσεις ελαστικής κρούσης διαφορετικά;

Ναι, άσχετα με το αν η παρούσα πορεία θα είναι έξυπνη ή χαζή. Ευκολότερη ή δυσκολότερη.

Άσχετα με το ότι δεν είναι παρά ένα παιγνίδι.

Μας χρειάζεται μόνο κάτι γνωστό. Το ότι όταν μια μπάλα πέφτει σε ελαστικό τοίχωμα, ανακλάται με ταχύτητα ίδιου μέτρου. Αυτό είναι σχεδόν αυτονόητο, διότι άλλως δεν θα διτηρηθεί η ενέργεια.

### Η κρούση μας.



Το κέντρο μάζας K κινείται με ταχύτητα:

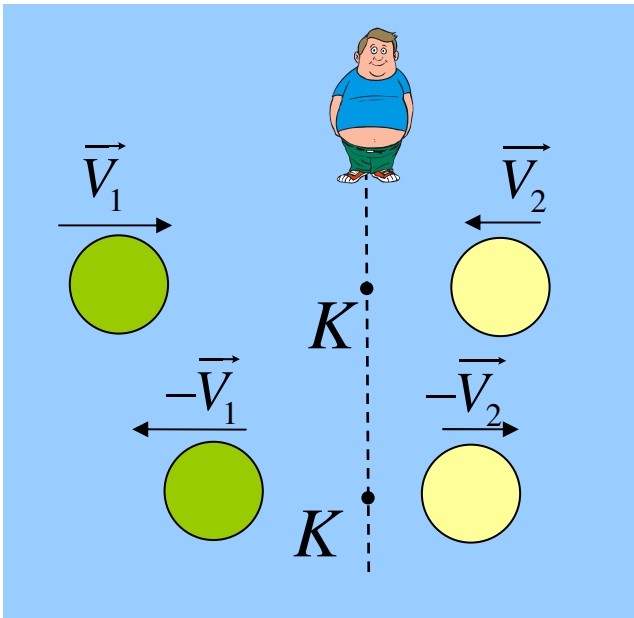
$$u = \frac{m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2}{m_1 + m_2}$$

Η εστιγμένη γραμμή είναι κάθετη στην διάκεντρο και περνάει συνεχώς από K.

Θα μπορούσαμε να «καθίσουμε» εκεί πάνω έναν παρατηρητή.

Αυτός θα ήταν αδρανειακός, διότι θα εκινείτο με συνεχώς σταθερή ταχύτητα.

Τι θα έβλεπε;



Θα έβλεπε το αριστερό κινούμενο με ταχύτητα:

$$V_1 = u_1 - u = u_1 - \frac{m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2}{m_1 + m_2}$$

Και το δεξί κινούμενο με ταχύτητα:

$$V_2 = u_2 - u = u_2 - \frac{m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2}{m_1 + m_2}$$

Θα μπορούσε να κουβαλάει μαζί του ένα χαρτόνι. Αυτό θα ταυτιζόταν με την εστιγμένη γραμμή.

Αν οι σφαίρες είχαν ίδιες ακτίνες, θα χτυπούσαν χωρίς να τρυπήσουν το χαρτόνι. Θα νόμιζε ότι οι σφαίρες ανακλώνται στο χαρτόνι ελαστικά.

Θα πρόβλεπε ότι η αριστερή σφαίρα θα αποκτούσε ταχύτητα:

$$-V_1 = \frac{m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2}{m_1 + m_2} - u_1$$

και η δεξιά:

$$-V_2 = \frac{m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2}{m_1 + m_2} - u_2$$

Εμείς τώρα, οι «ακίνητοι», βλέπουμε άλλες ταχύτητες.

Πρέπει να προσθέσουμε σε κάθε ταχύτητα που αυτός «βλέπει» την  $u = \frac{m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2}{m_1 + m_2}$ .

Έτσι θα δούμε ταχύτητες:

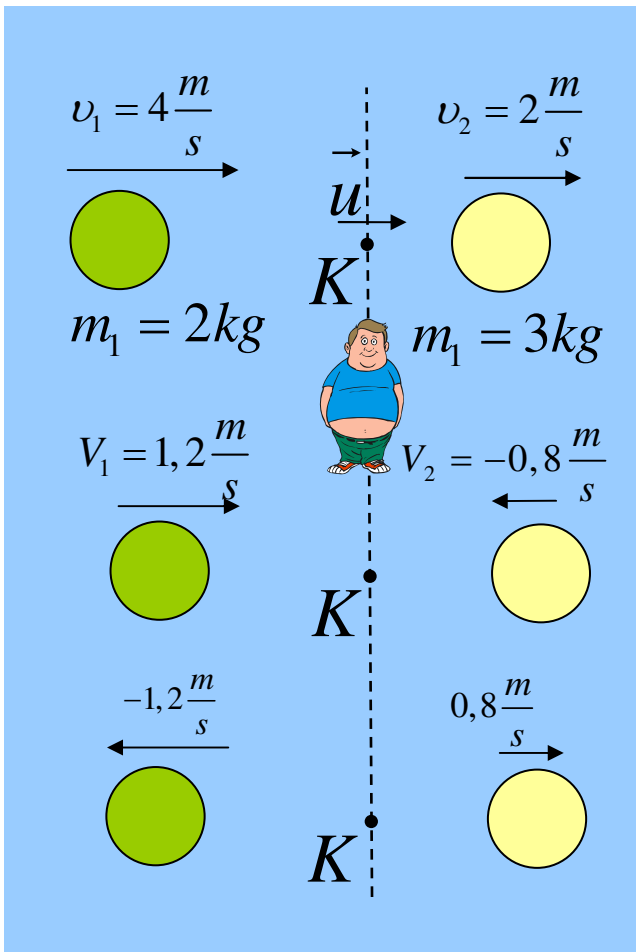
$$v'_1 = -V_1 + u = \frac{m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2}{m_1 + m_2} - u_1 + \frac{m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot u_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} \cdot u_2$$

Και

$$v'_2 = -V_2 + u = \frac{m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2}{m_1 + m_2} - u_2 + \frac{m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2}{m_1 + m_2} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot u_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \cdot u_2$$

Έτσι εξάγουμε τις δύο σχέσεις με διαφορετικό τρόπο από τον κλασικό.

Θα μπορούσαμε να κάνουμε και μία εφαρμογή στην οποία να δουλέψουμε με την παραπάνω λογική.



Φυσικά δεν γλυτώσαμε από φασαρία.  
Ένα παιγνίδι είναι και όχι μέθοδος επίλυσης προβλημάτων.

Η ταχύτητα του κέντρου μάζας είναι:

$$u = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2} = 2,8 \frac{m}{s}$$

Ο παρατηρητής μας βλέπει άλλες ταχύτητες.

Για να τις βρούμε πρέπει να αφαιρέσουμε το 2,8 από τις ταχύτητες που εμείς βλέπουμε.

Εμείς πρέπει να προσθέσουμε στις τελικές ταχύτητες που αυτός βλέπει την ταχύτητα

$$u = 2,8 \frac{m}{s}$$

Έτσι θα δούμε τις ταχύτητες:

$$v'_1 = (-1,2 + 2,8) \frac{m}{s} = 1,6 \frac{m}{s}$$

Και

$$v'_2 = (0,8 + 2,8) \frac{m}{s} = 3,6 \frac{m}{s}$$

