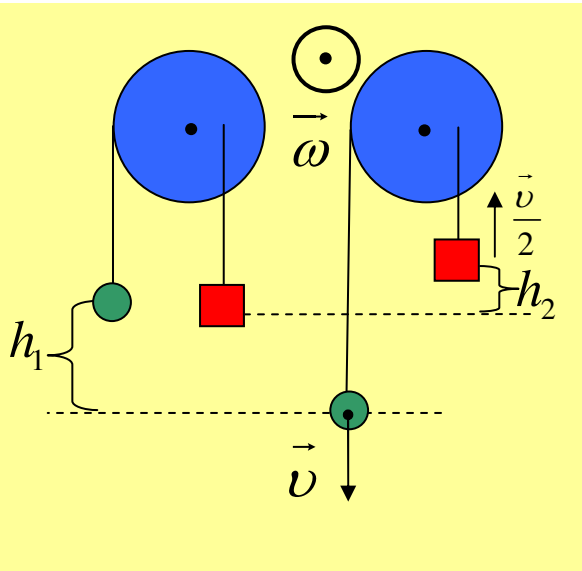


Μια άσκηση στερεού λυμένη ενεργειακά.



Η μπλε τροχαλία έχει μάζα 8 kg και ακτίνα 0,2 m.

Έχει εγκοπή ακτίνας 0,1 m.

Έχουμε τυλίξει δύο ιδανικά νήματα στα οποία έχουμε κρεμάσει δύο σώματα. Τα πράσινο μάζας 3 kg και το κόκκινο μάζας 4 kg.

Αρχικά όλα είναι ακίνητα όταν τα αφήνουμε να κινηθούν.

Θεωρήσατε ως δεδομένο το ότι το πράσινο σώμα κατεβαίνει Κάποια στιγμή έχει κατέβει κατά 0,4 m.

Ποια θα είναι η ταχύτητά του εκείνη την στιγμή;

Απάντηση:

Περιστροφή της τροχαλίας κατά γωνία φ συνεπάγεται

ξετύλιγμα του αριστερού σχοινιού σε μήκος $\varphi \cdot R$ και τύλιγμα

του δεξιού κατά μήκος $\varphi \cdot \frac{R}{2}$.

Πολύ απλά λοιπόν, το κόκκινο σώμα ανέβηκε μισό μέτρο.

Επειδή η μετατόπιση του πράσινου είναι συνεχώς διπλάσια αυτής του κόκκινου, η ταχύτητα του πράσινου σώματος είναι κάθε στιγμή διπλάσια.

Επίσης η τροχαλία έχει γωνιακή ταχύτητα ίση με $\omega = \frac{v}{R}$.

Η δυναμική ενέργεια του πράσινου μειώθηκε κατά $m_1 \cdot g \cdot h_1$ και του κόκκινου αυξήθηκε κατά

$$m_2 \cdot g \cdot h_2 = m_2 \cdot g \cdot \frac{h_1}{2}$$

Η δυναμική ενέργεια συνολικά μειώθηκε κατά $m_1 \cdot g \cdot h_1 - m_2 \cdot g \cdot \frac{h_1}{2} = \left(m_1 - \frac{m_2}{2}\right) \cdot g \cdot h_1$

Το σύστημα απέκτησε κινητική ενέργεια:

$$\frac{1}{2} I \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} m_1 \cdot v^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot \left(\frac{v}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \frac{M \cdot R^2}{2} \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} m_1 \cdot v^2 + \frac{1}{8} m_2 \cdot v^2 = \left(\frac{1}{4} M + \frac{1}{2} m_1 + \frac{1}{8} m_2\right) \cdot v^2$$

Η διατήρηση της ενέργειας απαιτεί να είναι ίση η κινητική ενέργεια του συστήματος με τη μείωση της δυναμικής του. Δηλαδή:

$$\left(\frac{1}{4} M + \frac{1}{2} m_1 + \frac{1}{8} m_2\right) \cdot v^2 = \left(m_1 - \frac{m_2}{2}\right) \cdot g \cdot h_1 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{\left(m_1 - \frac{m_2}{2}\right) \cdot g \cdot h_1}{\frac{1}{4} M + \frac{1}{2} m_1 + \frac{1}{8} m_2}} = 1 \frac{m}{s}$$

Παρατηρήσεις:

1. Η άσκηση θα μπορούσε να λυθεί δυναμικά. Κάτι τέτοιο θα ήταν απαραίτητο αν ζητούσαμε χρόνο. Οι δυνάμεις είναι τελικά σταθερές (κάτι που θέλει απόδειξη φυσικά) και επομένως οι επιταχύνσεις είναι σταθερές. Έτσι:

$$h_1 = \frac{1}{2} a_1 \cdot t^2 \Rightarrow h_1 = \frac{1}{2} a_1 \cdot \frac{v^2}{a_1^2} \Rightarrow a_1 = \frac{v^2}{2h_1} = \frac{5}{4} \frac{m}{s^2}$$

Ο χρόνος είναι:

$$t = \frac{v}{a_1} = 0,8s$$

2. Η άσκηση θα μπορούσε να λυθεί με χρήση Θ.Μ.Κ.Ε.

Όποιος έχει την όρεξη ας το κάνει.

«Και η μυλωνού τον άντρα της με τους πραματευτάδες» (Σοφή παροιμία).