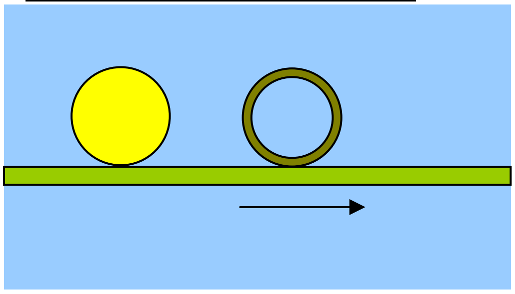
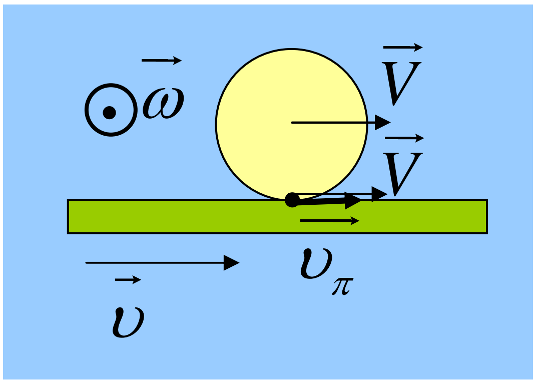
Ο κυλιόμενος διάδρομος.



Ένας κυλιόμενος διάδρομος κινείται με σταθερή ταχύτητα 3 m/s.
Αφήνουμε πάνω του δύο κυλίνδρους. Ο ένας είναι συμπαγής και ο άλλος κούφιος.
Οι άξονες των κυλίνδρων είναι κάθεται στην διεύθυνση της ταχύτητας του διαδρόμου.
Σύντομα παύουν να ολισθαίνουν και σταθεροποιούνται οι ταχύτητές τους.
Να συγκριθούν οι τελικές τους ταχύτητες.

Απάντηση:



Όταν πάψει η ολίσθηση, το σημείο επαφής κάθε κυλίνδρου έχει ίδια ταχύτητα με τον κυλιόμενο διάδρομο.
Έτσι:

$$V+\upsilon_\pi=\upsilon \Rightarrow V+\omega\cdot R=\upsilon \quad (1)$$

Η τριβή είναι η δύναμη που επιταχύνει κάθε κύλινδρο και μεταφορικά και στροφικά. Η τριβή είναι αρχικά τριβή ολίσθησης. Μόλις ικανοποιηθεί η (1) παύει να υπάρχει.
Για την τριβή έχουμε:

$$T=\frac{\Delta P}{\Delta t}\Rightarrow \mu\cdot m\cdot g=\frac{m\cdot V}{\Delta t}\Rightarrow V=\mu\cdot g\cdot \Delta t \quad (2)$$

Για την ροπή της έχουμε ότι:

$$T\cdot R=\frac{\Delta L}{\Delta t}\Rightarrow \mu\cdot m\cdot g\cdot R=\frac{I\cdot\omega}{\Delta t}\Rightarrow \omega=\mu\cdot\frac{m}{I}\cdot g\cdot R\cdot\Delta t \quad (3)$$

Παίζοντας με τις (1), (2), (3) έχουμε ότι:

$$\mu\cdot g\cdot\Delta t+\mu\cdot\frac{m\cdot R^2}{I}\cdot g\cdot\Delta t=\upsilon\Rightarrow \Delta t=\frac{\upsilon}{\mu\cdot g\cdot\left(1+\frac{m\cdot R^2}{I}\right)}$$

Πάμε τώρα πίσω στην (2)…

$$V=\mu\cdot g\cdot\Delta t\Rightarrow V=\frac{\upsilon}{1+\frac{m\cdot R^2}{I}}$$

Μεγαλύτερη ταχύτητα θα έχουμε στην περίπτωση του μικρότερου παρονομαστή, δηλαδή του κούφιου κυλίνδρου. Συγκεκριμένα θα έχουμε:

$$V_\sigma=\frac{\upsilon}{1+2}=1\frac{m}{s} \quad \text{και} \quad V_\kappa=\frac{\upsilon}{2}=1{,}5\frac{m}{s}$$

Εκτός αυτού βλέπουμε ότι και οι χρόνοι «αποκατάστασης» διαφέρουν.
Μεγαλύτερος είναι ο χρόνος για τον κούφιο κύλινδρο.
Ακριβώς εδώ βρίσκεται το ζουμί. Η τριβή δρα για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα πάνω του και έτσι αποκτά μεγαλύτερη ταχύτητα.
Διαισθητικά το περιμέναμε αυτό, διότι περιστρέφεται δυσκολότερα ο κούφιος κύλινδρος. Έτσι πρέπει η τριβή να ασχοληθεί μ' αυτόν για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα, ώστε να του προσδώσει την γωνιακή αυτήν ταχύτητα. Φυσικά ασχολούμενη μ' αυτόν περισσότερο χρόνο του προσδίδει μεγαλύτερη ταχύτητα.

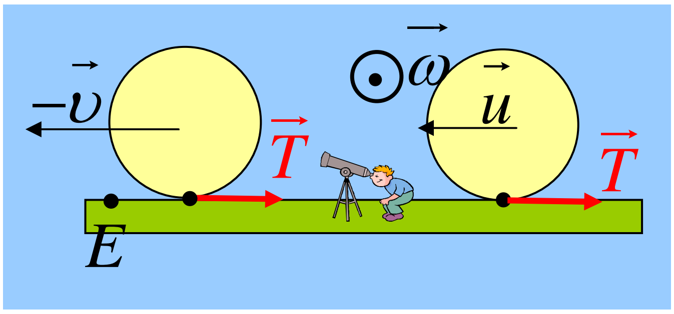
Πάμε όμως στην σχέση (1), υποθέτοντας ίδιες ακτίνες.

$$V+\omega\cdot R=\upsilon\Rightarrow\omega=\frac{\upsilon-V}{R}$$

Όποιος «πιάσει» μεγαλύτερη ταχύτητα, θα έχει την μικρότερη γωνιακή ταχύτητα.
Ο κούφιος δηλαδή θα περιστρέφεται πιο αργά από τον συμπαγή.

Μια λύση μόνο για συναδέλφους.
(Μπόμπιρες εγκαταλείψατε εδώ την ανάγνωση. Σε αντίθετη περίπτωση μην τολμήσετε να κάνετε κάτι από τα παρακάτω σε Εξετάσεις. Βλάπτουν σοβαρά την υγεία.)

Ένας παρατηρητής πάνω στον κυλιόμενο διάδρομο είναι αδρανειακός.
Βλέπει κάθε κύλινδρο να έχει αρχικά ταχύτητα $-\vec{\upsilon}$.



Η ροπή της τριβής ως προς το σημείο Ε είναι μηδενική.
Επομένως διατηρείται η ως προς αυτό στροφορμή κάθε κυλίνδρου. Η αρχική στροφορμή είναι:
$L_{\alpha\rho\chi} = m \cdot \upsilon \cdot R$
Η τελική είναι:

$$L_{\tau\varepsilon\lambda} = I \cdot \omega + m \cdot u \cdot R = \frac{I}{R} \cdot u + m \cdot u \cdot R = \frac{I + m \cdot R^2}{R} \cdot u$$

Η διατήρηση της στροφορμής επιβάλλει:

$$L_{\tau\varepsilon\lambda} = L_{\alpha\rho\chi} \Rightarrow \frac{I + m \cdot R^2}{R} \cdot u = m \cdot \upsilon \cdot R \Rightarrow u = \frac{\upsilon}{\frac{I}{m \cdot R^2} + 1}$$

Δηλαδή μεγαλύτερου μέτρου ταχύτητα βλέπει να έχει ο συμπαγής κύλινδρος.
Εμείς φυσικά θα δούμε μεγαλύτερη ταχύτητα να έχει ο κούφιος.
Παρά το ότι δεν χρειάζεται, ας κάνουμε υπολογισμό.
Θα δούμε ταχύτητα προς τα δεξιά μέτρου:

$$V = \upsilon - u = \upsilon - \frac{\upsilon}{\frac{I}{m \cdot R^2} + 1} = \frac{\upsilon}{1 + \frac{m \cdot R^2}{I}}$$