

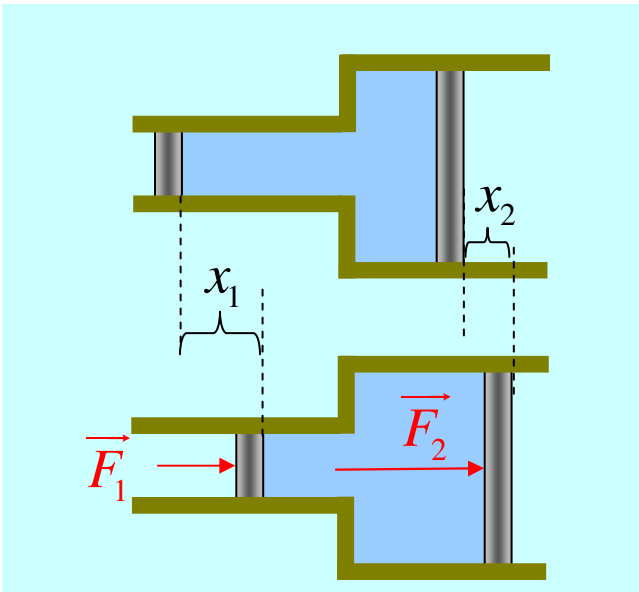
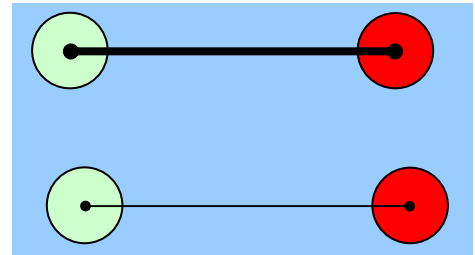
Το ιδανικό υγρό ως σύνδεσμος.

Με έναν σύνδεσμο επιβάλλεται σε ένα ή δύο σώματα κάποιος κινητικός περιορισμός.

Για παράδειγμα με την ράβδο επιβάλλεται στα σώματα Α και Β να απέχουν μια σταθερή απόσταση.

Με το νήμα τους επιβάλλεται κάποια μέγιστη απόσταση. Το νήμα δεν σπρώχνει.

Ένας σύνδεσμος μετατρέπεται σε σώμα και υπολογίζονται η κινητική του ενέργεια, η στροφορμή του, οι δυνάμεις στα άκρα του και άλλα πολλά. Σχετικά εύκολα.



Ένα ιδανικό ρευστό μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως «σύνδεσμος όγκου». Είναι ασυμπίεστο και η σταθερότητα του όγκου του επιβάλλει:

$$A_1 \cdot x_1 = A_2 \cdot x_2$$

Όπου A_1 και A_2 οι διατομές των εμβόλων.

Το έργο που προσφέρουμε αριστερά είναι ίσο με αυτό που λαμβάνεται δεξιά, έτσι:

$$F_1 \cdot x_1 = F_2 \cdot x_2$$

Συνδυάζοντας έχουμε: $\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$

Δηλαδή οι πιέσεις είναι ίδιες στα έμβολα.

Όλα είναι καλά μέχρι να αποφασίσουμε να «δώσουμε» μάζα στο υγρό μας.

Ζητάμε την μεταβολή της κινητικής ενέργειας και το έργο που προσφέραμε στην περίπτωση του σχήματος.

Το δεξί έμβολο κινείται με σταθερή ταχύτητα v .

Ίδια ταχύτητα αποδίδουμε, λόγω του ασυμπίεστου σε όλη την μάζα του νερού του μεγάλου δοχείου.

Το αριστερό κινείται με ταχύτητα $v \cdot \frac{A_2}{A_1}$, ταχύτητα που

αποδίδουμε σε όλο το υγρό του μικρού δοχείου.

Μια μάζα Δm μπήκε σε περιοχή μεγάλης ταχύτητας.

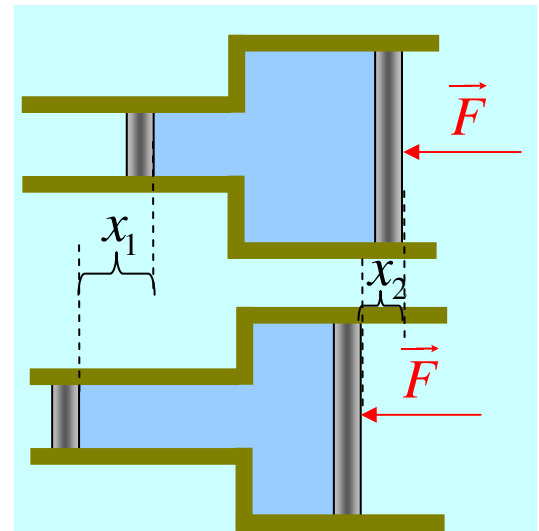
Η κινητική ενέργεια του συστήματος αυξήθηκε κατά:

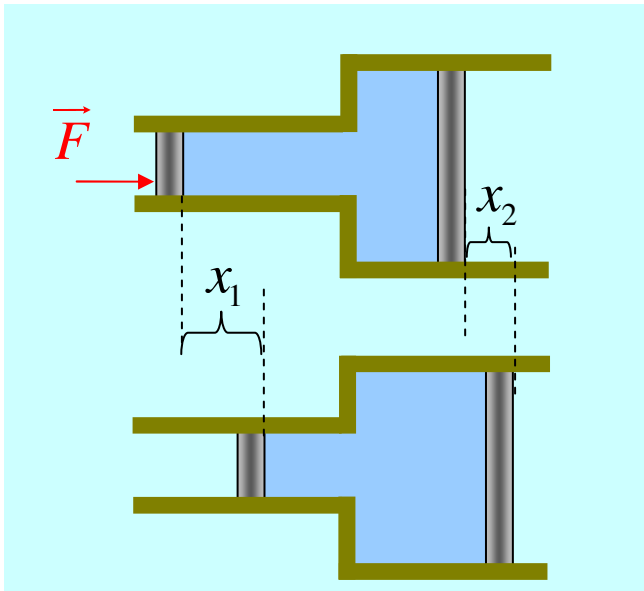
$$\frac{1}{2} \Delta m \cdot \frac{A_2^2}{A_1^2} \cdot v^2 - \frac{1}{2} \Delta m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \Delta m \cdot v^2 \cdot \left(\frac{A_2^2}{A_1^2} - 1 \right) = \frac{1}{2} \rho \cdot A_2 \cdot x_2 \cdot v^2 \cdot \left(\frac{A_2^2}{A_1^2} - 1 \right)$$

Τόσο έργο έχει παραχθεί. Έργο θετικό.

Λογικό διότι πρέπει να ασκούμε δύναμη ώστε να συμβεί το παραπάνω.

Ας δουλέψουμε ανάποδα.





Το δεξί έμβολο κινείται με σταθερή ταχύτητα v .
 Ίδια ταχύτητα αποδίδουμε, λόγω του ασυμπίεστου σε όλη την μάζα του νερού του μεγάλου δοχείου.

Το αριστερό κινείται με ταχύτητα $v \cdot \frac{A_2}{A_1}$,
 ταχύτητα που αποδίδουμε σε όλο το υγρό του μικρού δοχείου.

Μια μάζα Δm μπήκε σε περιοχή μικρής ταχύτητας.
 Η κινητική ενέργεια του συστήματος μεταβλήθηκε κατά:

$$\frac{1}{2} \Delta m \cdot v^2 - \frac{1}{2} \Delta m \cdot \frac{A_2^2}{A_1^2} \cdot v^2 = \frac{1}{2} \Delta m \cdot v^2 \cdot \left(1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}\right) = \frac{1}{2} \rho \cdot A_2 \cdot x_2 \cdot v^2 \cdot \left(1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}\right)$$

Όμως τώρα έχουμε μείωση της κινητικής ενέργειας!

Δηλαδή το έργο είναι αρνητικό!

Τι σημαίνει αυτό όμως;

Μήπως ότι η δύναμη έχει άλλη φορά;

Μήπως ότι αν σταματήσουμε να ασκούμε δύναμη, θα «ρουφηχτεί» όλο το υγρό στο μεγάλο διαμέρισμα και μάλιστα με αυξανόμενη ταχύτητα;

Ένα πείραμα με φαρδείς σχετικά σωλήνες μάλλον θα μας διένηυδε. Η δράση του ιξώδους θα μπορούσε να εξηγήσει το απότομο σταμάτημα των εμβόλων;

Δύσκολα γιατί έχουμε νερό σε φαρδείς σωλήνες.

Μήπως η υπόθεσή μας ότι «το νερό του δεξιού σωλήνα κινείται όλο με ίδια ταχύτητα» πάσχει;

Μήπως η μάζα του νερού που θα μπει δεν θα αλλάξει ταχύτητα;

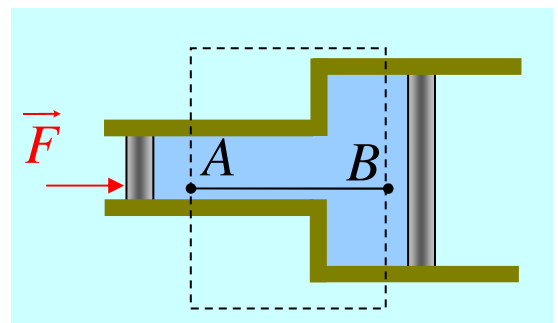
Μήπως δηλαδή έχουμε αύξηση της ενέργειας στο δεξί διαμέρισμα, χωρίς αυτό να μεταφράζεται σε αύξηση της ταχύτητας του εμβόλου;

Πάμε σε κάποιον που αποφασίζει να δουλέψει με νόμο Bernoulli στην σημειωθείσα περιοχή, που προφανώς η ροή είναι μόνιμη.

Η πίεση στο δεξί έμβολο είναι ίση με την ατμοσφαιρική, διαφορετικά δεν θα είχαμε κίνηση με σταθερή ταχύτητα.

Η πίεση σε όλο το δεξί διαμέρισμα είναι ίση παντού, λόγω σταθερότητας της διατομής και συνεπώς της ταχύτητας.

Το ίδιο και στο αριστερό τμήμα.



Έτσι:

$$P_A + \frac{1}{2} \rho \cdot \frac{A_2^2}{A_1^2} \cdot v^2 = P_B + \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 \Rightarrow P_A < P_B \Rightarrow P_A < P_{ατμ}$$

Δηλαδή θα πρόβλεπε και αυτός την ατμόσφαιρα να σπρώχνει και να κινεί το αριστερό έμβολο!

Αυτός μάλιστα θα μπερδευόταν περισσότερο, διότι έχει συνηθίσει να αποδίδει την ταχύτητα που υπολόγισε στο B στο ίδιο το έμβολο.

Αν όμως δώσουμε άλλη ερμηνεία;

Αν πούμε ότι η ισοταχής κίνηση του αριστερού εμβόλου εξασφαλίζει πίεση στο A:

$$P_A = P_{ατμ} + \frac{F}{A_1} > P_{ατμ}$$

Αν πούμε ότι η πίεση στο B είναι ίση με την επικρατούσα στον δεξιό σωλήνα, δηλαδή $P_{ατμ}$ και πάρουμε την σχέση Bernoulli που θα καταλήξουμε;

$$P_A + \frac{1}{2} \rho \cdot v_A^2 = P_B + \frac{1}{2} \rho \cdot v_B^2 \Rightarrow v_B > v_A$$

Παραβιάζει κάτι τέτοιο την αρχή της συνέχειας;

Όχι αν η ταχύτητα στο B δεν είναι η ταχύτητα του δεξιού εμβόλου.